

KONKURS MATEMATYCZNY
„MATEMATYCZNI MISTRZOWIE Z PŁOCKIEJ”
KLASA I

Zadanie 1 (4p)

Pojemnik napełniony wodą po brzegi waży 3,5 kg, a napełniony do połowy 2 kg. Ile waży pusty pojemnik?

Zadanie 2 (4p)

Pewna poczta dysponuje jedynie znaczkami za 5 i 9 groszy, w dowolnej ilości. Wykaż, że jeżeli koszt przesyłki wynosi co najmniej 32 grosze, to można ją ofrankować (nie przepłacając) wykorzystując tylko dostępne znaczki.

Zadanie 3 (4p)

Na peronie o długości 340m stoi Tomek czeka na połączenie i rozmyśla: *Przypuśćmy, że pociąg, który właśnie przyjechał, potrzebuje dokładnie 6 sekund, by przejechał obok mnie ze stałą prędkością. *Przypuśćmy, że między chwilą, w której lokomotywa dotrze do początku peronu, a chwilą, w której tylne światło ostatniego wagonu minie koniec peronu upłyną dokładnie 23 sekundy. Jaka jest długość pociągu i jaką ma on prędkość?

Zadanie 4 (4p)

Pies goni zająca, który znajduje się w odległości 60 swoich skoków od psa. Gdy zając zrobi 9 skoków, w tym czasie pies zrobi ich 6. Wielkość 3 psich skoków jest równa 7 skokom zająca. Obliczyć, ile skoków musi zrobić pies, aby dogonić zająca.

Zadanie 5 (4p)

Rozwiąż nierówność i podaj największą liczbę całkowitą parzystą, która spełnia tę

nierówność $2x+3(1-2x) \geq \frac{8x+10}{4}$

KONKURS MATEMATYCZNY
„MATEMATYCZNI MISTRZOWIE Z PŁOCKIEJ”
KLASA II

Zadanie 1 (4p)

Udowodnij, że liczba $5^{10}+5^{11}+5^{12}+5^{13}$ jest wielokrotnością liczby 30

Zadanie 2 (4p)

W czworokącie wypukłym poprowadzono przekątne, które podzieliły go na cztery trójkąty. Pola trzech z nich : 1, 2, 3. Ile wynosi pole czwartego trójkąta?

Zadanie 3 (4p)

Boki trójkąta ABC: $AB=4$, $AC=BC=8$. Oblicz stosunek pól figur , na które symetralna boku AC podzieliła trójkąt ABC.

Zadanie 4 (4p)

Wypisujemy kolejne liczby naturalne, otrzymując ciąg cyfr 12345678910111213141516
Jaka cyfra znajduje się na 2022-tym miejscu? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 5 (4p)

Wykaż , że liczba $\sqrt{5n+2}$ jest niewymierna dla dowolnej liczby naturalnej n.

KONKURS MATEMATYCZNY
„MATEMATYCZNI MISTRZOWIE Z PŁOCKIEJ”
KLASA III

Zadanie 1 (4p)

Dany jest układ $\begin{cases} x + y = m^2 + 2 \\ 2x + y = 2m^2 - 2m - 4 \end{cases}$. Wyznacz liczby całkowite m , dla których wyrażenie

$$\frac{x - \frac{1}{2}y + 10}{y - 2}$$
 jest liczbą całkowitą

Zadanie 2 (4p)

Udowodnij, że jeśli liczby $a > b > 0$ spełniają warunek $a^2 + b^2 = 4ab$, to zachodzi równość

$$\log(a+b) - \log(a-b) = \frac{1}{2} \log 3.$$

Zadanie 3 (4p)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c spełniona jest nierówność:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

Zadanie 4 (4p)

W trójkącie ABC , $|AB| = 18$, $|BC| = 27$. Dla ilu całkowitych długości boku AC trójkąt ABC jest ostrokątny?

Zadanie 5 (4p)

Funkcja $f(x) = x^2 + bx + c$ ma miejsca zerowe x_1, x_2 . Wyznacz współrzędne wierzchołka paraboli w zależności od x_1 i x_2 .

KONKURS MATEMATYCZNY
„MATEMATYCZNI MISTRZOWIE Z PŁOCKIEJ”
KLASA IV

Zadanie 1 (4p)

Rozwiąż równanie $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ w zbiorze liczb całkowitych

Zadanie 2 (4p)

Wyznacz przedziały monotoniczności oraz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = x^2 \sqrt{24 - x^2}$.

Zadanie 3 (4p)

Rozwiąż nierówność $x + \frac{2x^2}{3} + \frac{4x^3}{9} + \dots > \frac{3}{x}$

Zadanie 4 (4p)

W trójkącie ABC: $AB=c$, $BC=a$, $AC=b$, Kąt ABC jest dwa razy większy od kąta BAC.
Udowodnij, że $b = \sqrt{a(a+c)}$.

Zadanie 5 (4p)

Oblicz ile jest liczb dziesięciocyfrowych w zapisie których nie występuje zero, występują dokładnie dwie czwórki i trzy piątki?