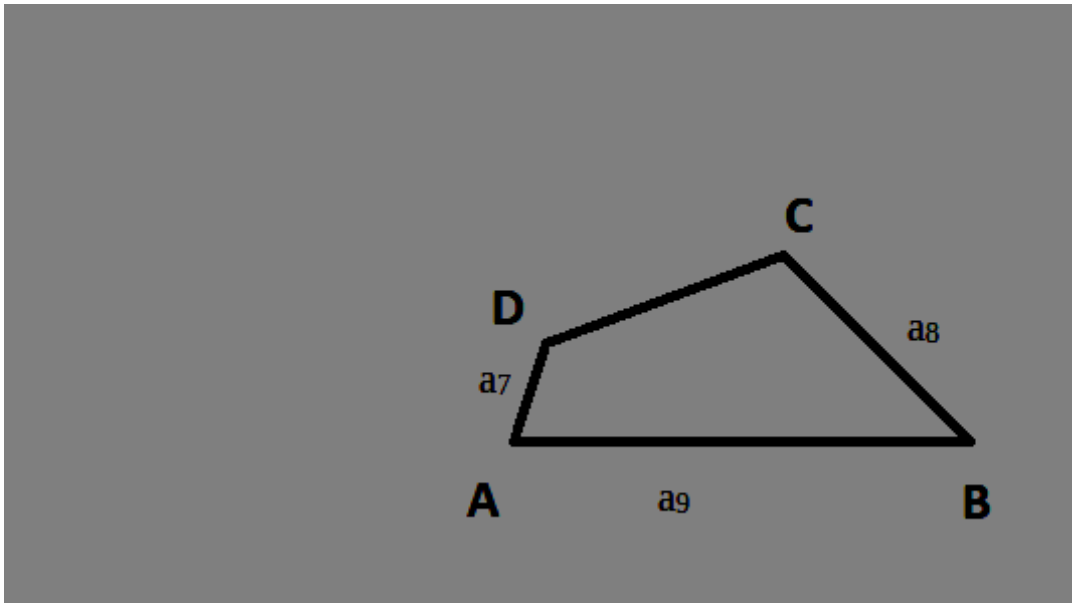
1) Trzy wyrazy: a_7 ,a_8, a_9 rosnącego ciągu geometrycznego tworzą część boków czworokąta, tak jak na rysunku.



a) Wiedząc, że suma wyrazów wynosi 130, a ich iloczyn to 27000 wyznacz wzór ogólny tego ciągu
b) Znając miarę kątów przy wierzchołku A i B oblicz długość przekątnych |AC| i |BD|. $\angle A = 30°$ i $\angle B = 45°$

2) Mając do dyspozycji 100 metrów bieżących siatki, chcemy ogrodzić prostokątne pastwisko. Jedna strona pastwiska biegnie wzdłuż kanału o prostej linii brzegowej, więc nie musimy grodzić tej strony. Jakie powinny być wymiary pastwiska, aby jego powierzchnia była największa?

3) Wykaż, że suma kwadratów kolejnych k liczb całkowitych dodatnich jest podzielna przez k wtedy i tylko wtedy, gdy k jest liczbą nieparzystą niepodzielną przez 3

4) Wykaż,że wielomian: $x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$, przyjmuje tylko wartości dodatnie.

5) Wykaż, że liczba: $\sqrt{5n+2}$ jest niewymierna dla dowolnej liczby naturalnej n

6) Udowodnij, że jeżeli długości boków trójkąta prostokątnego są liczbami całkowitymi, to jego pole jest liczbą całkowitą

7) Wielomian W(x) jest wielomianem stopnia 2. Współczynniki tego wielomianu począwszy od współczynnika przy najwyższej potędze należy interpretować, jako 3 kolejne liczby parzyste. (We współczynnikach jako zmienną należy przyjąć symbol „n"). Wyznacz wartości parametru n, dla których wielomian spełnia warunek $x_1^2+x_2^2>4$

8) Funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + (1 - m)x + m + 3$ osiąga wartość największą dla tego samego argumentu, dla którego wartość najmniejszą osiąga funkcja kwadratowa $g(x) = -(m+1)x^2 + (2m+2)x - 4m$. Udowodnij, że dla dowolnej wartości argumentu x prawdziwa jest nierówność:
$f(x) \leq g(x)$.

9) Wykaż, że rozwiązanie równania $3x^2 + 4x + \frac{7}{6} = 0$ są odpowiednio sinusem i cosinusem pewnego kąta.

10) Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = x^2 - mx + 2m$. Funkcja g przyporządkowuje każdej liczbie rzeczywistej m najmniejszą wartość funkcji f w przedziale $\langle -1, 17\rangle$. Wyznacz wzór funkcji g.

11) Wykaż, że w trójkącie prostokątnym o długościach przyprostokątnych a i b oraz przeciwprostokątnej długości c, promień r okręgu wpisanego w ten trójkąt można wyrazić wzorem $r = \frac{a+b-c}{2}$

12) Udowodnij, że jeżeli p jest liczbą rzeczywistą różną od zera i $p + \frac{1}{p} = 5$ to $p^2 + \frac{1}{p2} = 23$